NOMBRES COMPLEXES

1/ Introduction

Dans l'ensemble des nombres complexes il existe un nombre i qui vérifie $i^2 = -1$.
Tout nombre complexe s'écrit $z = a + bi$ où a et b sont deux nombres réels.

L'addition et la multiplication dans suivent les mêmes règles que dans $\mathbb{R}$ en tenant compte du fait que $i^2 = -1$.

2/ Forme algébrique d'un nombre complexe

a) Définition

L'écriture d'un nombre complexe sous la forme $z = a + bi$ s'appelle la forme algébrique de z .

a est la partie réelle de z notée $a = \text{Re}(z)$.

b est la partie imaginaire de z notée $b = \text{Im}(z)$.

b) Cas particulier

Si $\text{Im}(z) = 0$ alors z est réel.

Si $\text{Re}(z) = 0$ alors z est imaginaire pur.

c) Egalité de deux nombres complexes.

Deux nombres complexes sont égaux s'ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.

d) Nombre complexe nul.

Un nombre complexe est nul si sa partie réelle et sa partie imaginaire sont nulles.

3/ Calculs dans

Soient deux nombres complexes $z = a + bi$ et $z' = a' + b'i$.

a) Somme

$$z + z' = (a+a') + (b+b')i$$

b) Produit

$$z \times z' = (aa' - bb') + (ab' + ab')i$$

c) Opposé

L'opposé de z est $-z = -a - bi$

d) Inverse

$$\text{L'inverse de } z \text{ est } \frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a}{a^2+b^2} - \left(\frac{b}{a^2+b^2}\right)i$$

4/ Conjugué d'un nombre complexe

a) Définition

$\bar{z} = a - bi$ est le nombre complexe conjugué de $z = a + bi$.

b) Propriétés

Soient z et z' deux nombres complexes.

$$\overline{z+z'} = \bar{z} + \bar{z}' \quad \overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}' \quad \left(\frac{z}{z'}\right) = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$$

NOMBRES COMPLEXES

1/ Introduction

Dans l'ensemble des nombres complexes il existe un nombre i qui vérifie $i^2 = -1$.
Tout nombre complexe s'écrit $z = a + bi$ où a et b sont deux nombres réels.

L'addition et la multiplication dans suivent les mêmes règles que dans $\mathbb{R}$ en tenant compte du fait que $i^2 = -1$.

2/ Forme algébrique d'un nombre complexe

e) Définition

L'écriture d'un nombre complexe sous la forme $z = a + bi$ s'appelle la forme algébrique de z .

a est la partie réelle de z notée $a = \text{Re}(z)$.

b est la partie imaginaire de z notée $b = \text{Im}(z)$.

f) Cas particulier

Si $\text{Im}(z) = 0$ alors z est réel.

Si $\text{Re}(z) = 0$ alors z est imaginaire pur.

g) Egalité de deux nombres complexes.

Deux nombres complexes sont égaux s'ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.

h) Nombre complexe nul.

Un nombre complexe est nul si sa partie réelle et sa partie imaginaire sont nulles.

3/ Calculs dans

Soient deux nombres complexes $z = a + bi$ et $z' = a' + b'i$.

e) Somme

$$z + z' = (a+a') + (b+b')i$$

f) Produit

$$z \times z' = (aa' - bb') + (ab' + ab')i$$

g) Opposé

L'opposé de z est $-z = -a - bi$

h) Inverse

$$\text{L'inverse de } z \text{ est } \frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a}{a^2+b^2} - \left(\frac{b}{a^2+b^2}\right)i$$

4/ Conjugué d'un nombre complexe

c) Définition

$\bar{z} = a - bi$ est le nombre complexe conjugué de $z = a + bi$.

d) Propriétés

Soient z et z' deux nombres complexes.

$$\overline{z+z'} = \bar{z} + \bar{z}' \quad \overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}' \quad \left(\frac{z}{z'}\right) = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$$