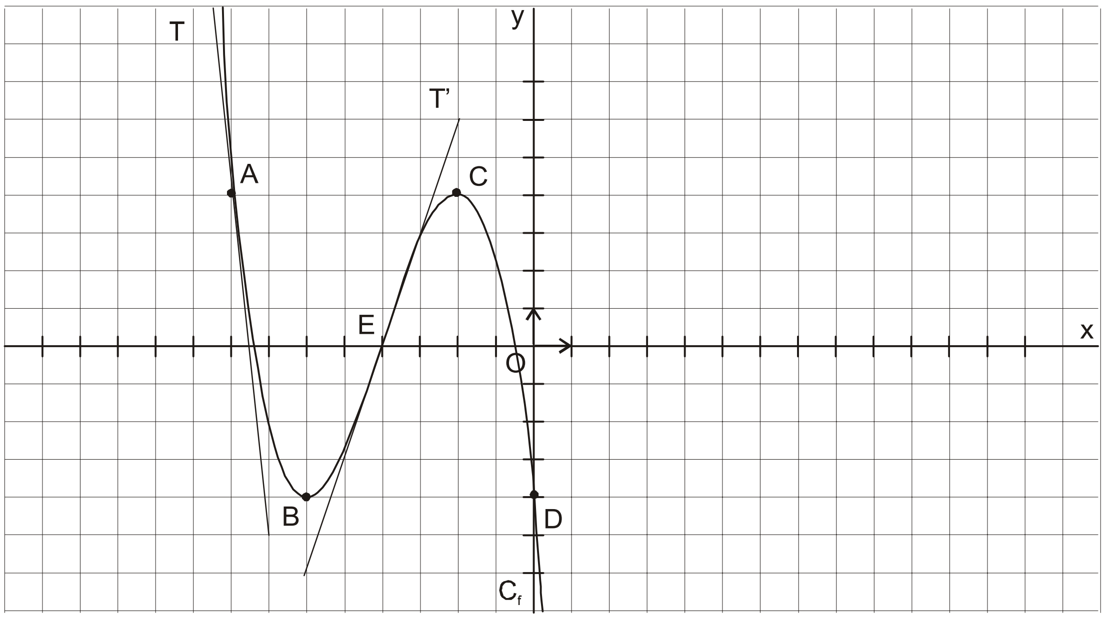
Classe : …………………………… Nom : …………………………… Prénom : …………………….

Exercice n°1 :

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [-9, 1] dont la courbe représentative C_f est donnée par le graphique ci-dessous.

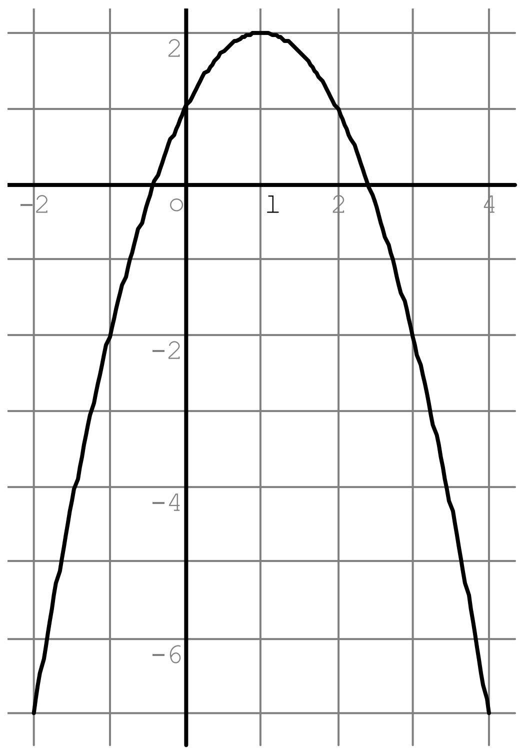


1°) Lire sur le graphique f(-2).
2°) Lire sur le graphique f '(-8), f '(-4). Justifier votre réponse.
3°) Déterminer l'équation réduite de T la tangente à C_f en A, puis l'équation réduite de T_B la tangente à C_f en B.
4°) Résoudre graphiquement dans [-9, 1] : a) f '(x) = 0 b) f '(x) > 0. Justifier votre réponse.

Exercice n°2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$, d'unité graphique 1 cm.

Soit f la fonction définie sur [-2 ; 4] par f(x) = - x^2 + 2x + 1 et C_f la courbe représentative de f : voir figure ci-contre.



Le tableau suivant donne les nombre dérivés de f pour certaines valeurs de la variable.

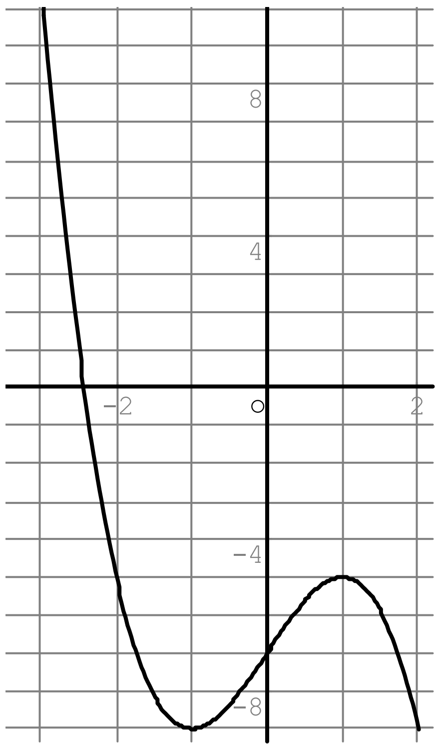
a	-2	-1	0	1	2	3	4
f'(a)	6	4	2	0	-2	-4	-6

1°) Construire sur la figure ci-contre, les tangentes à la courbe C_f aux points A, B, C d'abscisses respectives –1, 1, et 2.
Faire apparaître sur le graphique la méthode utilisée, justifiez votre réponse.

2°) Déterminer une équation de la tangente T_A à la courbe C_f au point d'abscisse –1.

3°) Déterminer une équation de la tangente T_C à la courbe C_f au point d'abscisse 2.

Exercice n° 3 : Sur le graphique ci contre la courbe C_f représente dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées) une fonction f définie sur un intervalle [-3, 2] ; on précise qu'aux points d'abscisses respectives –1 et 1 la tangente à la courbe C est parallèle à l'axe des abscisses.



1°)a) Par lecture graphique, déterminer les valeurs de f(0), f(1) et de f(-1).
   b) On suppose que f possède sur l'intervalle [-3, 2] une fonction dérivée que l'on désigne par f'.
   Déterminer la valeur de f '(1) et déterminer le signe de f '(0) (justifier vos réponses).

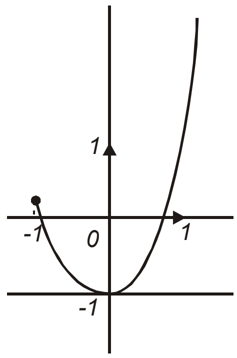
2°) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3°) Déterminer graphiquement (en justifiant).
   a) Le nombre de solutions, dans l'intervalle [-3, 2], de l'équation f(x) = 0.
   b) Les valeurs des solutions, dans l'intervalle [-3 , 2], de l'équation f(x) = -5.

4°) On admet que pour tout x de l'intervalle [-3 , 2] on a :
$f(x) = ax^3 + cx + d$ où a, c et d sont des nombres réels et $f'(x) = 3ax^2 + c$.
En utilisant les résultats du 1°) déterminer les valeurs a, c et d.

5°) A l'aide d'une calculatrice programmable et de l'expression de f(x) obtenue au 4°), déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de la solution de l'équation f(x) = 0

Exercice n°4 : (d'après exercice d'annales STT (CG, IG) 1999) .
Le plan est rapporté à un repère orthonormal. La courbe (C_1) tracée ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [-1 ; +∞[.
On admettra que : • f (-1) ≈ 0,26
• La tangente à (C_1) au point de coordonnées (0 ; -1) est parallèle à l'axe des abscisses.



1°) En utilisant la courbe (C_1) :

a) Déterminer f(0) et f '(0)
b) Dresser le tableau de variation de f sur [-1 ; +∞[.

2°) On se propose d'étudier la fonction dérivée f' de la fonction f, sur l'intervalle [-1 ; +∞[.
L'un des tracés ci-dessous est celui de la courbe représentative (C_2) de la fonction f'. Déterminer lequel, en justifiant la réponse.

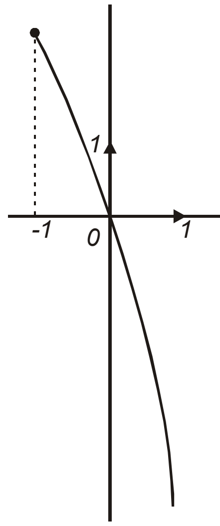


Fig. 1

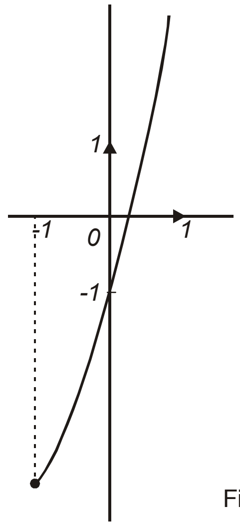


Fig. 2

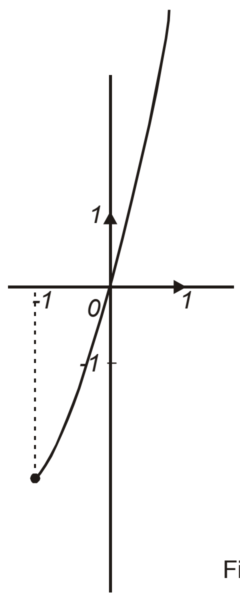


Fig. 3

Correction de l'exercice n°1 :

1°) L'ordonnée du point de la courbe d'abscisse -2 est 4 donc : f(-2) =4 (cf le point C)

2°) f'(-8) est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse –8, c'est à dire de la droite T (cf graphique). Par lecture graphique, on obtient : f'(-8)= -9.

f'(-4) est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point E d'abscisse –4, c'est à dire de la droite T'. Par lecture graphique, on obtient f'(-4) = 3.

3°) D'après le 1°) -9 est le coefficient directeur de la tangente T
donc l'équation réduite de T est y = -9x + b où b est un réel à déterminer.
A (-8, 4) est sur T donc 4 = 72 + b. D'où b = - 68.

Conclusion : $\boxed{\text{l'équation réduite de T est : } y = -9x - 68}$.

La tangente T_B est parallèle à l'axe des abscisses donc son coefficient directeur est nul.
B(-6,-4) est sur T_B

Conclusion : $\boxed{\text{l'équation réduite de } T_B \text{ est } y = -4}$.

4°) a) On cherche les abscisses des points de la courbe ayant une tangente parallèle à l'axe des abscisses :
f '(x) = 0 pour x = -6 ou x = -2
b) On cherche les intervalles sur lesquels la fonction est strictement croissante :
f '(x) > 0 pour x appartenant à]-6, -2 [.

Correction de l'exercice n°2 :

1°) f'(-1) = 4 donc le coefficient directeur de la tangente T_A à la courbe au point d'abscisse –1, c'est à dire au point A (-1, -2) est 4 : on trace la droite passant par A et de coefficient directeur 4.

f'(1) = 0 donc le coefficient directeur de la tangente T_B à la courbe au point d'abscisse 1, c'est à dire au point B (1, -2) est 0 : on trace la droite passant par B (1 , -2) et parallèle à l'axe des abscisses.

f'(2) = -2 donc -2 est le coefficient directeur de la tangente T_C à la courbe au point C (2, 1).

2°) d'après le 1°)
4 est le coefficient directeur de la tangente T_A à la courbe au point d'abscisse –1 c'est à dire au point A (-1, -2)
donc l'équation réduite de T_A est y = 4x + b où b est un réel à déterminer.
A (-1, -2) est sur T_A donc -2 = -4 + b donc b = 2.
Conclusion : $\boxed{\text{l'équation réduite de } T_A \text{ est : } y = 4x + 2}$.

3°) d'après le 1°) -2 est le coefficient directeur de la tangente T_C à la courbe au point d'abscisse 2 c'est à dire au point C (2, 1)
donc l'équation réduite de T_C est y = -2x + b où b est un réel à déterminer.
C (2, 1) est sur T_C donc 1= -4 + b donc b = 5.
Conclusion : $\boxed{\text{l'équation réduite de } T_C \text{ est : } y = -2x + 5}$.

Correction de l'exercice n°3 :

1°) a) f(0) =-7, f(1) =-5 et f(-1) = -9

b) f ' (1) = 0 car la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

f '(0) est positif car la fonction est strictement croissante sur l'intervalle]-1, 1 [et 0 appartient à cet intervalle.

2°)

Valeurs de x	-3		-1		1		2
Signe de f'		-	0	+	0	-	
Variation de f	11	↘	-9	↗	-5	↘	-9

3°) a) L'équation f(x) = 0 a une solution (la courbe et l'axe des abscisses ont un seul point d'intersection).

b) f(x) = -5 pour x= -2 et x = 1
(on a cherché les abscisses des points de la courbe situés sur la droite d'équation y = -5).

4°) $f(x) = ax^3 + cx + d$
f(0) = ax0+cx0+d = d. Or f(0) = -7 donc d = -7.
f(1) = a + c - 7
f(-1) = -a –c - 7
D'après le 1°) a)) f(1) =-5 et f(-1) = -9 donc a + c – 7 = -5 et - a –c - 7 = -9.

$f(x) = ax^3 + cx - 7$ donc $f'(x) = 3ax^2 + c$

f '(1) = 0 donc 3a + c = 0.

Par ailleurs on a : a + c – 7 = -5 soit a + c = 2.

D' où 3a +c =0
a +c = 2
donc 2a = -2 soit a =-1 et c = -3a = 3. Conclusion : $\boxed{f(x) = -x^3 + 3x - 7.}$

5°) $f(x) = -x^3 + 3x - 7$
D'après le graphique la solution de f(x) = 0 est proche de –2,5.
$f(-2{,}43) \approx 0{,}059$ et $f(-2{,}42) \approx -0{,}376$
Donc la solution de f(x) = 0 est comprise entre –2,43 et –2,42.

Correction de l'exercice n°4

1 / a) Par lecture graphique, le point de la courbe (C_1) d'abscisse 0 a pour ordonnée (– 1) donc : **f (0) = – 1**.
Le nombre f '(0) est égal par définition au coefficient directeur de la tangente à la courbe (C_1) au point d'abscisse *x* = 0.
D'après les hypothèses de l'énoncé, la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses. Donc : **f '(0) = 0**.
b) Tableau de variations :

x	– 1		0		+ ∞
f	0,26	↘	– 1	↗	

2 / (On rappelle que f est croissante si f ' est positive et f décroissante si f ' négative)
Tableau de signe de f '(*x*)

x	– 1		0		+ ∞
Signe de f' (*x*)		–	0	+	

Déterminons ci-dessous le tableau de signe de chacune des trois fonctions f_1 (Fig.1), f_2 (Fig.2) et f_3 (Fig.3) proposées :

x	– 1		0		+ ∞
$f_1(x)$		+	0	–	

x	– 1		≈ 0,3		+ ∞
$f_2(x)$		–	0	+	

x	– 1		0		+ ∞
$f_3(x)$		–	0	+	

(On rappelle qu'une fonction est positive sur l'intervalle **I** si sa courbe sur **I** est « au-dessus » de l'axe des abscisses,

et négative sur **I** si sa courbe est « en dessous »).

<u>Concluons</u> : La courbe représentative (C_2) de la fonction f ' est celle de la fonction baptisée f_3, donc celle de **la figure 3**.