

# LES FONCTIONS AFFINES

## 1. PRESENTATION

### a. Définition

Soit  $a$  et  $b$  deux réels.

La fonction  $f$  telle que  $f(x) = ax + b$  est appelée fonction affine.

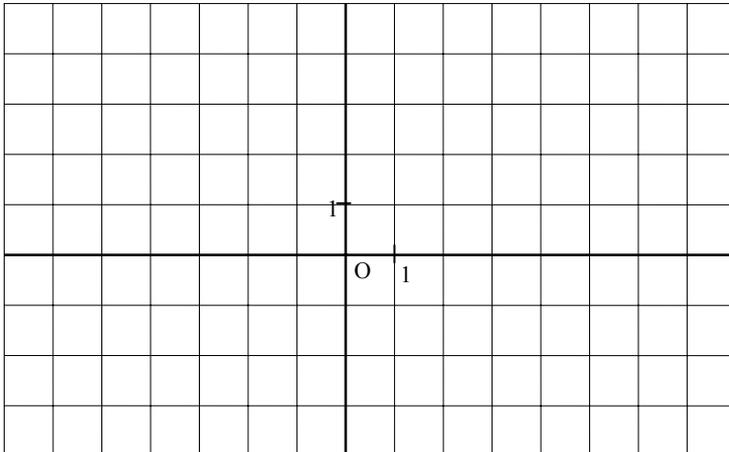
Son ensemble de définition est  $Df = ]-\infty; +\infty[ = \mathbb{R}$

### b. Représentation graphique.

La représentation graphique de  $f$  est une droite d'équation  $y = ax + b$

$a$  est appelé coefficient directeur

$b$  est appelé ordonnée à l'origine



$$f(x) = -0,5x + 2$$

$$a =$$

$$b =$$

Cas particuliers :

- Si  $a = 0$  alors  $f(x) =$  est représentée par une droite parallèle à

- Si  $b = 0$  alors  $f(x) =$  est appelée fonction linéaire et est représentée par une droite passant par

c. Variations

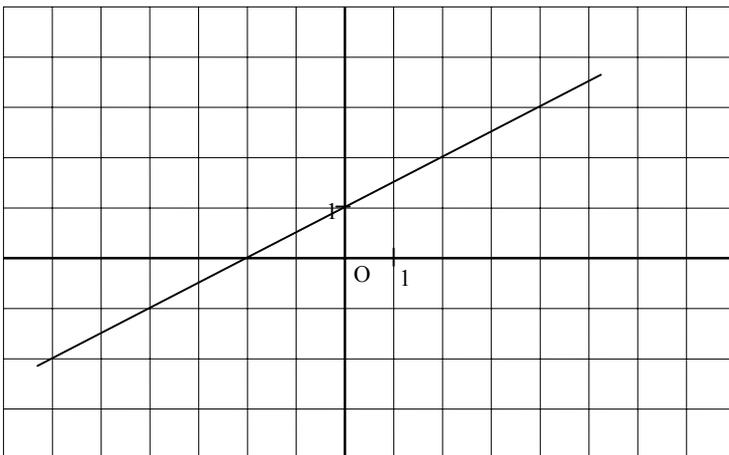
Si  $a > 0$  alors  $f$  est croissante

Si  $a < 0$  alors  $f$  est décroissante



2. LECTURES GRAPHIQUES DE a ET b

- Soit  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  deux points de la droite. Alors  $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$



$$A( \quad ; \quad )$$

$$B( \quad ; \quad )$$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} =$$

- L'ordonnée à l'origine  $b$  est  $f(0)$  ou l'image de 0.

Dans le cas ci-dessus,  $b =$

Donc la droite représente la fonction  $f$  telle que :  $f(x) =$

En pratique, pour la détermination de  $a$ , coefficient directeur :

- On regarde d'abord si la droite est croissante ou décroissante.

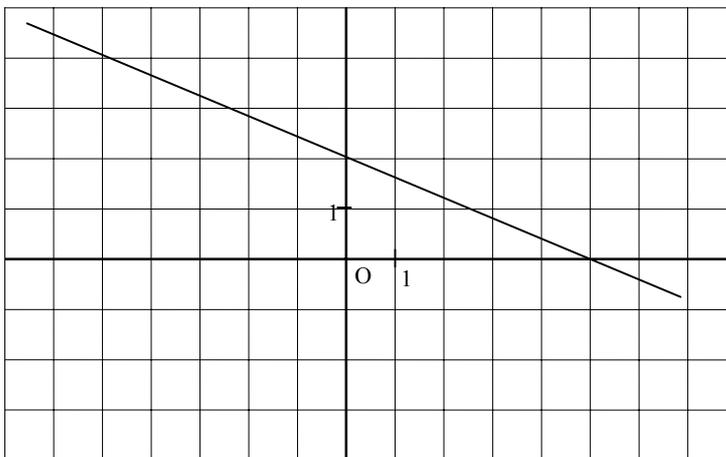
Si elle est croissante, alors  $a > 0$

Si elle est décroissante alors  $a < 0$

- On choisit 2 points de la droite dont on connaît bien les coordonnées (valeurs entières de préférence) puis on lit le rapport :

$$\frac{\text{différence des ordonnées entre les 2 points}}{\text{différence des abscisses entre les 2 points}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Donc  $a = (\text{signe}) \times \frac{\Delta y}{\Delta x}$



$a =$

de plus  $b =$

donc  $f(x) =$

### 3. EQUATIONS A UNE INCONNUE

#### a. Définition

Soit une équation d'inconnue  $x$ .

Résoudre l'équation consiste à déterminer toutes les valeurs de  $x$  (appelées solutions) qui vérifient l'équation.

#### b. Résolution d'une équation du premier degré.

L'équation :  $ax + b = 0$  est appelée équation du premier degré à une inconnue (l'exposant de  $x$  est 1 d'où « premier degré »)

Exemples : résoudre les équations du premier degré suivantes :

\*  $2x - 5 = 0$

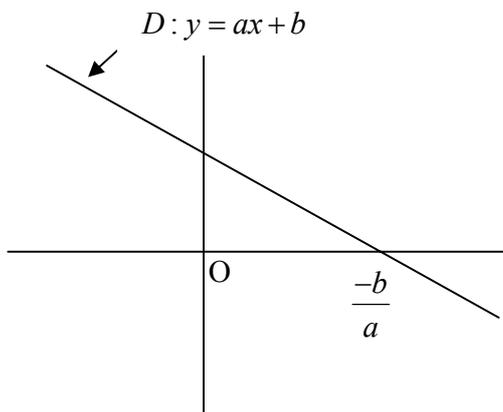
\*  $\sqrt{3}x = 2$

\*  $2x = (1 + \sqrt{5})x - 6$

Graphiquement :

Soit  $f(x) = ax + b$ . Résoudre  $ax + b = 0$  revient à résoudre  $f(x) = 0$  soit à déterminer l'abscisse du point d'intersection de la droite  $D: y = ax + b$  avec  $(Ox)$

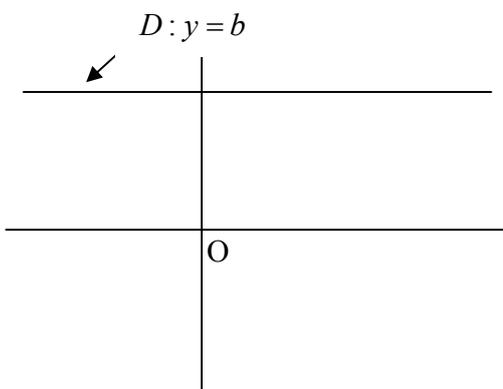
\* Si  $a \neq 0$



Une intersection donc :

$S =$

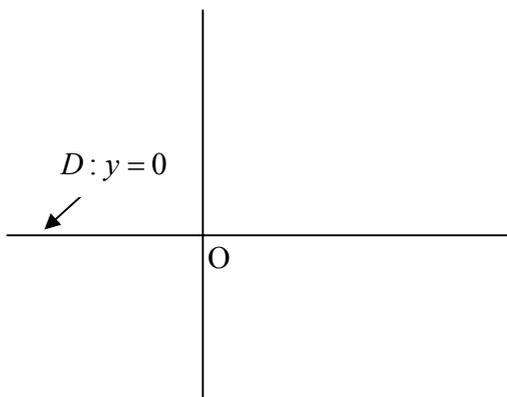
\* Si  $a = 0$  et  $b \neq 0$



Pas d'intersection donc :

$S =$

\*Si  $a = 0$  et  $b = 0$



$D$  est confondue avec  $(Ox)$  donc :

$S =$

### c. Résolution d'autres équations se ramenant au premier degré

Exemples :

- Soit l'équation :  $x^2 - 1 = 0$

Cette équation est du second degré (l'exposant de  $x$  est 2) et nous ne savons résoudre cette équation que si nous factorisons  $x^2 - 1$  en produit de deux facteurs du premier degré. On dit que cette équation se ramène au premier degré.

Résolvons cette équation :

- Soit l'équation :  $1 - \frac{2x+3}{x-1} = 0$ .

De même cette équation se ramène au premier degré car après réduction au même dénominateur, on trouve une équation équivalente qui est :

Réolvons cette équation :

En résumé :

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un des facteurs est nul :

$$(A) \times (B) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\text{En particulier : } (ax+b)(cx+d) = 0 \Leftrightarrow$$

Un quotient est nul si, et seulement si, le numérateur est nul et le dénominateur non nul :

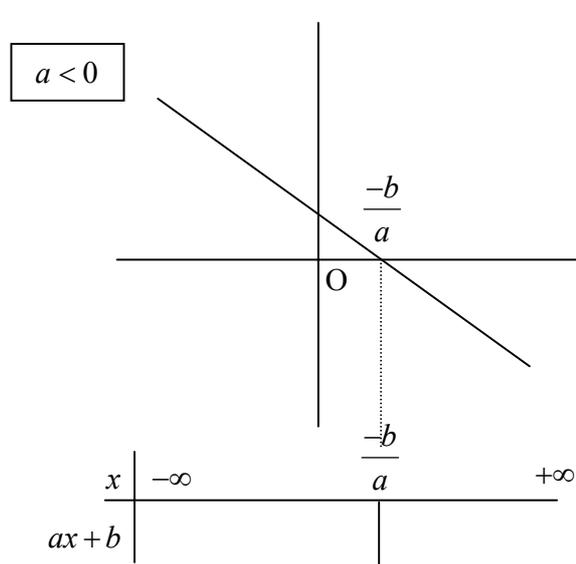
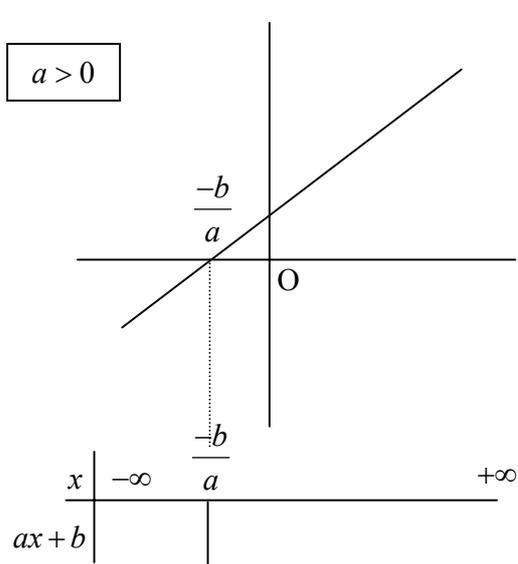
$$\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\text{En particulier : } \frac{ax+b}{cx+d} = 0 \Leftrightarrow$$

#### 4. SIGNE DE $f(x) = ax + b$

Soit  $f(x) = ax + b$  et  $D: y = ax + b$  sa représentation graphique.

Pour la partie de  $D$  située au-dessus de  $(Ox)$ ,  $f(x) \geq 0$ . Sinon,  $f(x) \leq 0$



Ces deux tableaux sont appelés tableau de signe de  $f(x) = ax + b$

Attention : Il n'y a pas de rapport entre tableau de signe et tableau de variation d'une fonction  $f$  (une fonction croissante n'est pas forcément positive)

## 5. SIGNE D'UN PRODUIT , D'UN QUOTIENT

### a. Signe d'un produit

Si A et B sont de même signe, alors  $A \times B$  est positif

Si A et B sont de signe contraire, alors  $A \times B$  est négatif

### b. Signe d'un quotient

Si A et B sont de même signe, alors  $\frac{A}{B}$  est positif

Si A et B sont de signe contraire, alors  $\frac{A}{B}$  est négatif

mais attention : Si  $B=0$ ,  $\frac{A}{B}$  n'a pas de sens

## 6. RESOLUTION D'UNE INEQUATION

Résoudre une inéquation revient à comparer une expression à 0, donc à étudier son signe.

Pour étudier le signe de l'expression, on peut s'aider d'un tableau de signe.

Exemples :

- Résolvons :  $2x - 5 < x + 3$

Nous savons déjà résoudre algébriquement cette inéquation (voir chapitre sur l'ordre). Nous pouvons aussi s'aider d'un tableau de signe :

Comparaison à 0 :

tableau de signe de :

$x$		
		_____

Donc S=

- Résolvons :  $(x+1)(2x+3) \leq x(x+1)$

Comparaison à 0 :

Factorisation (c'est du degré) :

Tableau de signe de :

$x$		
		_____

Tableau de signe de :

$x$		
		_____

Regroupement des deux tableau de signe pour étudier le signe du produit :

$x$		
		_____
		_____
		_____

Donc S=

- Résolvons :  $\frac{2}{x-3} > 4$

Comparaison à 0 :

Réduction au même dénominateur :

Tableau de signe de                      et de

$x$	

Donc S=