

TRIANGLES ISOMETRIQUES

I / Définition et propriétés

Définition :

Deux triangles sont dits lorsque l'un est l'image de l'autre par

Propriétés immédiates :

Si deux triangles sont isométriques alors :

- Les trois côtés de l'un sont aux trois côtés de l'autre c'est-à-dire qu'ils ont leurs côtés respectifs de même longueur.
- Les trois angles de l'un ont les mêmes mesures que les trois angles de l'autre.
- Ils ont la même aire.

Idée de la démonstration :

On utilise le fait que les transformations citées dans la définition conservent les distances, les angles géométriques et les aires.

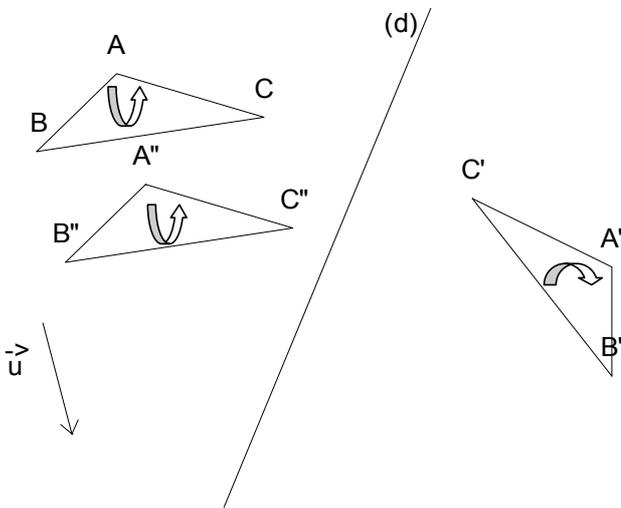
Remarque :

Si deux triangles sont isométriques alors ils sont |.....|

Commentaire : Superposable

Exemple et vocabulaire :

Soit ABC un triangle quelconque. A'B'C' est le symétrique de ABC par rapport à la symétrie d'axe (d), A''B''C'' est le translaté de ABC par la translation de vecteur



On a $AB = A'B'$ on dit que les côtés [AB] et [A'B'] on dit que ceux sont des côtés
 Il en est de même pour les côtés [AB] et [A''B''], [A'B'] et [A''B''], [BC] et [B'C'], [BC] et [B''C''], [B'C'] et [B''C''], [AC] et [A'C'], [AC] et [A''C''], [A'C'] et [A''C''].
 (Repasser en couleur les côtés homologues)

Commentaire : Se correspondent

Commentaire : homologues

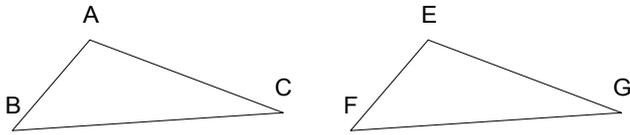
On a $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ on dit que les angles on dit que ceux sont des angles

Il en est de même pour les angles \widehat{BAC} et $\widehat{B''A''C''}$, $\widehat{B'A'C'}$ et $\widehat{B''A''C''}$, etc.....
 (Coder les angles homologues de la même manière)

On dit aussi que ABC et A''B''C'' sont **directement isométriques**, que ABC et A'B'C' sont **indirectement isométriques** et que A'B'C' et A''B''C'' sont **indirectement isométriques**. (Voir le sens de rotation des flèches)

ATTENTION A L'ORDRE DES POINTS !!!

II / Caractérisation : les trois cas d'isométrie



a) 1^{er} cas d'isométrie :

Si deux triangles ont respectivement leurs trois côtés de même longueur alors ces triangles sont isométriques.

Ou

Si $\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases}$ alors ABC et EFG sont des triangles isométriques.

b) 2^{ème} cas d'isométrie :

Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur alors ces triangles sont isométriques.

Ou

Si $\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ \hat{BAC} = \hat{FEG} \end{cases}$ alors ABC et EFG sont des triangles isométriques.

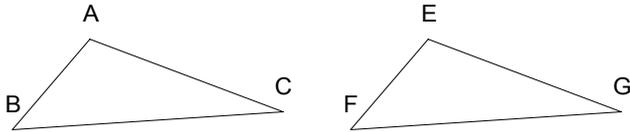
c) 3^{ème} cas d'isométrie :

Si deux triangles ont un côté de même longueur adjacent à deux angles respectivement de même mesure alors ces triangles sont isométriques.

Ou

Si $\begin{cases} AB = EF \\ \hat{BAC} = \hat{FEG} \\ \hat{CBA} = \hat{GFE} \end{cases}$ alors ABC et EFG sont des triangles isométriques.

II / Caractérisation : les trois cas d'isométrie



a) 1^{er} cas d'isométrie :

Si deux triangles ont respectivement leurs trois côtés de même longueur alors ces triangles sont isométriques.

Ou

Si $\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases}$ alors ABC et EFG sont des triangles isométriques.

b) 2^{ème} cas d'isométrie :

Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur alors ces triangles sont isométriques.

Ou

Si $\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ \hat{BAC} = \hat{FEG} \end{cases}$ alors ABC et EFG sont des triangles isométriques.

c) 3^{ème} cas d'isométrie :

Si deux triangles ont un côté de même longueur adjacent à deux angles respectivement de même mesure alors ces triangles sont isométriques.

Ou

Si $\begin{cases} AB = EF \\ \hat{BAC} = \hat{FEG} \\ \hat{CBA} = \hat{GFE} \end{cases}$ alors ABC et EFG sont des triangles isométriques.