Classe : 2^{nde} 12 Le 05/04/2003

DEVOIR N°6

Exercice 1 : (6 *points*)

Résoudre l'inéquation : $\dfrac{(2x-3)(x+2)^2}{(-x+1)(3x+1)} \leq 0$

Exercice 2 : (9 *points*)

Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points A(2 ; 5), B(4 ; -2), C(-5 ; 1) et D(-1 ; 6).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$.

2. Que peut-on dire des droites (BC) et (AD) ?

3. Le point K est tel que $\overrightarrow{BK} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.

Déterminer alors les coordonnées du point K.

4. Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment [BC].

5. Démontrer alors que les points I, K et A sont alignés.

Exercice 3 : (5 *points*)

ABC est un triangle

Les points N et P sont tels que :

$\overrightarrow{AN} = -\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AP} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

1. Faire une figure et placer les points N et P.

2. **a)** Exprimer $\overrightarrow{AP}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{BC}$.

b) En déduire qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AP} = k\,\overrightarrow{AN}$.

c) Que peut-on alors conclure ?

Correction du devoir N°6 :

Exercice1 :

$2x - 3 < 0$ pour $x < \dfrac{3}{2}$, c'est à dire $x \in \left]-\infty ; \dfrac{3}{2}\right[$

$-x + 1 < 0$ pour $x > 1$, c'est à dire $x \in]1 ; +\infty[$

$3x + 1 < 0$ pour $x < -\dfrac{1}{3}$, c'est à dire $x \in \left]-\infty ; -\dfrac{1}{3}\right[$

$(x + 2)^2 \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $x + 2 = 0$ pour $x = -2$.

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{3}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
signe de $(2x-3)$		–		–		–		–	0	+	
signe de $(x+2)^2$		+	0	+		+		+		+	
signe de $(-x+1)$		+		+		+	0	–		–	
signe de $(3x+1)$		–		–	0	+		+		+	
signe de $\dfrac{(2x-3)(x+2)^2}{(-x+1)(3x+1)}$		+	0	+	‖	–	‖	+	0	–	

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\{2\} \cup \left]-\dfrac{1}{3} ; 1\right[\cup \left[\dfrac{3}{2} ; +\infty\right[$.

Exercice 2 : Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, A(2 ; 5), B(4 ; -2) et C(-5 ; 1).

1. $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} 2-4 \\ 5-(-2) \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -5-4 \\ 1-(-2) \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -9 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -1-2 \\ 6-5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. On obtient : $\overrightarrow{BC} = 3\,\overrightarrow{AD}$ et les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires et les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

3. K est tel que $\overrightarrow{BK} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

$\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$ et $\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -\frac{9}{4} \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix} -1-\frac{9}{4} \\ \frac{7}{2}+\frac{3}{4} \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix} -\frac{13}{4} \\ \frac{17}{4} \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix} x_K - 4 \\ y_K + 2 \end{pmatrix}$ d'où $x_K - 4 = -\dfrac{13}{4}$ et $x_K = \dfrac{3}{4}$; $y_K + 2 = \dfrac{17}{4}$ et $y_K = \dfrac{9}{4}$ donc $K\left(\dfrac{3}{4} ; \dfrac{9}{4}\right)$.

4. I est le milieu de [BC] donc $x_I = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{4 + (-5)}{2} = -\dfrac{1}{2}$

et $y_I = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{-2+1}{2} = -\dfrac{1}{2}$ donc $I(-\dfrac{1}{2} ; -\dfrac{1}{2})$.

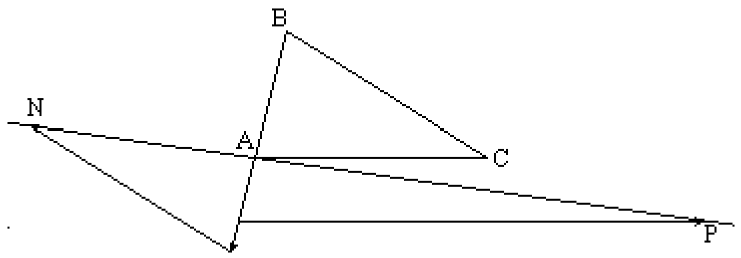
5. $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} -\dfrac{1}{2} - 2 \\ -\dfrac{1}{2} - 5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} -\dfrac{5}{2} \\ -\dfrac{11}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix} \dfrac{3}{4} - 2 \\ \dfrac{9}{4} - 5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix} -\dfrac{5}{4} \\ -\dfrac{11}{4} \end{pmatrix}$

de plus $xy' - x'y = -\dfrac{5}{2} \times \left(-\dfrac{11}{4}\right) - \left(-\dfrac{5}{4}\right) \times \left(-\dfrac{11}{2}\right) = \dfrac{55}{8} - \dfrac{55}{8} = 0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AK}$ sont colinéaires et les points A, I et K sont alignés.

<u>Exercice 3 :</u>

1.



2. a) $\overrightarrow{AP} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

$= -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$ d'après la relation de Chasles

$= \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$

b) $-2\overrightarrow{AN} = -2 \times \left(-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}\right) - 2 \times (-\overrightarrow{BC}) = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$

Donc $\overrightarrow{AP} = -2\overrightarrow{AN}$

c) Donc les vecteurs $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires et les points A, P et N sont alignés.